**ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT**

1. **TRỌNG TÂM KIẾN THỨC**
2. Ước chung lớn nhất (ƯCLN) của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của số đó.
3. Muốn tìm ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện ba bước sau:

*Bước 1:* Phân tích các số ra thừa số nguyên tố.

*Bước 2:* Chọn ra các thừa số nguyên tố chung.

*Bước 3:* Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất của nó. Tích đó là ƯCLN phải tìm.

1. Chú ý:

+ Nếu các số đã cho không có thừa số nguyên tố chung thì ƯCLN của chúng bằng 1.

Hai hay nhiều số có ƯCLN bằng 1 gọi là các số nguyên tố cùng nhau.

Được ký hiệu: Với a; b là 2 số nguyên tố cùng nhau: 

+ Trong các số đã cho, nếu số nhỏ nhất là ước của các số còn lại thì ƯCLN của các số đã cho chính là số nhỏ nhất đó.

Nếu  thì  .

1. Cách tìm ước chung thông qua ƯCLN

Để tìm ước chung của các số đã cho, ta có thể tìm các ước của ƯCLN của các số đó.

**Nâng cao**

• Cho  và . Nếu  và  thì suy ra: 

• Cho  và . Nếu  và  thì suy ra .

•  và 

• Nếu  và  thì 

• Nếu  và  thì  đặc biệt nếu  và  mà  thì 

Tích hai số bằng tích của BCNN và ƯCLN của chúng: 

1. **CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP**

**DẠNG 1: TÌM ƯCLN CỦA HAI HAY NHIỀU SỐ**

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
| Thực hiện theo ba bước trong quy tắc tìm ƯCLN |

1. Tìm ƯCLN của các số sau:
2. 108 và 240
3. 450; 1260 và 945.
4. Tìm ƯCLN của các số sau:
5. 54; 90 và 18 b) 36; 40 và 1
6. Tìm ƯCLN của các số sau

a)  và  b)  và 

c)  và  d)  và 

1. Tìm ƯCLN của các số

a)  b) 

c)  d) 

1. Tìm ƯCLN của:



1. Tìm ƯCLN của:

 ****

** **

1. Tìm số tự nhiên a lớn nhất, biết rằng:

a)  b) 

c)  d) 

**DẠNG 2: TÌM CÁC ƯỚC CHUNG THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.**

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
| + Tìm ƯCLN của các số cho trước  + Tìm các ước của ƯCLN này  + Chọn ra các số thỏa mãn điều kiện cho trước |

1. Tìm các ước chung của 104 và 156.
2. Tìm ƯCLN rồi tìm ước chung của các số sau:

a)  b) 

c)  d) 

1. Tìm số tự nhiên x, biết rằng:

a) ƯC(70, 84) và  b) ƯC(64, 48, 88) và 

c)  d) 

1. Tìm , biết:  và 
2. Tìm các ước chung có hai chữ số của 600 và 180.
3. Tìm các ước chung của , biết rằng chúng là các số tự nhiên có hai chữ số.
4. Tìm các ước chung của  mà lớn hơn 
5. Tìm số tự nhiên  biết ,  và 
6. Tìm số tự nhiên  biết rằng 
7. Tìm các ước chung lớn hơn 20 của 144 và 192.
8. Tìm số tự nhiên *x*, biết rằng: và 15 < *x* < 30
9. Tìm các ước chung của 108 và 180 mà lớn hơn 15
10. Tìm số tự nhiên x biết  và .
11. Tìm số tự nhiên a, biết rằng chia 332 cho a thì dư 17, còn khi chia 555 cho a thì được dư là 15.
12. Tìm hai số tự nhiên có tích bằng 720 và có ƯCLN bằng 6.

**DẠNG 3: NHẬN BIẾT HAI SỐ NGUYÊN TỐ CÙNG NHAU, CHỨNG MINH HAI SỐ NGUYÊN TỐ CÙNG NHAU**

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
| Gọi d là ƯCLN của hai số, ta phải chứng tỏ d = 1 |

1. Tìm các cặp số nguyên tố cùng nhau trong các cặp số sau đây:

a) 8 và 12 b) 15 và 51 c) 9 và 13 d) 10 và 21

1. Trong ba số , hai số nào là nguyên tố cùng nhau.
2. Viết ba cặp số nguyên tố cùng nhau mà trong mỗi cặp, cả hai số đều là hợp số.
3. Chứng tỏ rằng hai số lẻ liên tiếp là hai số nguyên tố cùng nhau
4. Cho hai số tự nhiên  và . Chứng tỏ rằng hai số này nguyên tố cùng nhau.
5. Chứng minh rằng là hai số nguyên tố cùng nhau .
6. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  thì  và  là nguyên tố cùng nhau.
7. a) Tìm số tự nhiên  sao cho  và  là số nguyên tố cùng nhau.

b) Tìm số tự nhiên  sao cho là số nguyên tố cùng nhau.

1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên khác 0 thì 3n + 1 và 4n + 1 là hai số nguyên tố cùng nhau.
2. Cho hai số tự nhiên a và b thỏa mãn (a, b) = 1. Chứng minh rằng 
3. Cho hai số nguyên tố cùng nhau a và b. Chứng tỏ rằng hai số  và  hoặc nguyên tố cùng nhau hoặc có một ước chung là 19.

**DẠNG 4:** BÀI TOÁN ĐƯA ĐẾN VIỆC TÌM ƯCLN CỦA HAI HAY NHIỀU SỐ

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
| Phân tích đề bài, suy luận đưa về việc tìm ƯCLN của hai hay nhiều số |

1. Tìm số tự nhiên x lớn nhất mà  và 
2. Tìm số tự nhiên x lớn nhất biết rằng x + 150 và x + 375 đều là bội của x
3. Một căn phòng hình chữ nhật dài 680cm, rộng 480cm. Người ta muốn lát kín căn phòng đó bằng gạch hình vuông mà không có viên gạch nào bị cắt xén. Hỏi cạnh viên gạch đó có độ dài lớn nhất là bao nhiêu?
4. Một lớp học có 18 năm và 24 nữ được chia đều vào các nhóm nhỏ sao cho số nam trong nhóm bằng nhau, số nữ trong các nhóm bằng nhau, biết rằng số nhóm phải lớn hơn 2. Hỏi có bao nhiêu cách chia nhóm?
5. Một đội sinh viên tình nguyện có  nữ và  nam. Có thể chia đội nhiều nhất thành mấy tổ để được số nam và nữ chia đều cho các tổ.
6. Sắp đến tết trung thu cô giáo cần chia số trái cây trong đó có  quả cam,  quả quýt và  quả nhãn vào các đĩa bánh kẹo cho cả lớp liên hoan. Hỏi có thể chia thành bao nhiêu đĩa, mỗi đĩa có bao nhiêu loại trái cây?
7. Một lớp học có  nam và  nữ. Có bao nhiêu cách chia đều số học sinh vào các tổ với số tổ nhiều hơn  sao cho số nam trong các tổ bằng nhau và số nữ trong các tổ bằng nhau? Cách chia nào để mỗi tổ có ít học sinh nhất?
8. Một nhóm học sinh trong lớp 6A vào nhà sách để mua tập vẽ và bút chì. Mỗi người mua cùng số tập vẽ và cùng số bút chì. Giá tập vẽ là 5 (nghìn đồng) một cuốn, giá bút chì là 3 (nghìn đồng) một cây. Họ trả tất cả 91 (nghìn đồng). Hỏi nhóm học sinh đó có bao nhiêu người?
9. Hùng muốn cắt một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước 60cm và 90cm thành các mảnh nhỏ hình vuông bằng nhau sao cho tấm bìa được cắt hết. Tính độ dài lớn nhất của cạnh hình vuông (số đo cạnh của hình vuông nhỏ là một số tự nhiên với đơn vị là xentimet)?
10. Một mảnh đất hình chữ nhật dài 112m rộng 40m. Người ta muốn chia mảnh đất thành những ô vuông bằng nhau để trồng các loại rau. Hỏi với cách chia nào thì cạnh của ô vuông là lớn nhất và bằng bao nhiêu? (số đo cạnh của ô vuông là một số tự nhiên với đơn vị là mét)
11. Một đội y tế có 24 bác sĩ và 108 y tá. Có thể chia đội y tế đó nhiều nhất thành mấy tổ để số bác sĩ cũng như số y tá được chia đều vào các tổ?
12. Trong một buổi liên hoan, ban tổ chức đã mua tất cả 840 cái bánh, 2352 cái kẹo và 560 quả quýt chia đều ra các đĩa, mỗi đĩa gồm cả bánh, kẹo và quýt. Tính số đĩa nhiều nhất phải có, mỗi đĩa bao nhiêu bánh, kẹo, quưt?
13. Lớp 6A có 45 học sinh, lớp 6B có 42 học sinh, lớp 6C có 48 học sinh. Trong ngày khai giảng, ba lớp cùng xếp thành một số hàng dọc như nhau để diễu hành mà không lớp nào có người lẻ hàng. Tính số hàng dọc nhiều nhất có thể xếp được.
14. Cô giáo có quyển vở và  cái bút. Có thể chia thành nhiều nhất bao nhiêu phần thưởng phát cho học sinh sao cho số vở và số bút ở mỗi phần là như nhau.
15. Nam và Hưng mỗi người mua một số hộp bút chì màu, trong mỗi hộp đều có từ năm bút trở lên và số bút ở mỗi hộp đều bằng nhau. Hỏi mỗi hộp có bao nhiêu chiếc bút, biết Nam mua  bút và Hưng mua  bút.
16. Đội văn nghệ của trường gồm  nam và  nữ về một huyện để biểu diễn. Muốn phục vụ được nhiều xã hơn, đội dự định chia thành tổ và phân phối nam nữ vào các tổ. Hỏi có thể chia nhiều nhất thành bao nhiêu tổ? Khi đó, mỗi tổ có mấy nam, mấy nữ?
17. Mẹ An mua được một số cây hoa ngọc thảo gồm có  cây màu hồng,  cây màu trắng và cây màu tím. Mẹ An muốn trồng xen kẽ các loại hoa vào từng chậu sao cho số hoa mỗi chậu là như nhau. Hỏi mỗi chậu có bao nhiêu cây hoa mỗi loại? Biết rằng số chậu cần tìm là một số nguyên tố.
18. Lớp 6A có  bạn nam và  bạn nữ. Trong một buổi sinh hoạt lớp, cô giáo dự kiến chia các bạn thành từng nhóm sao cho số bạn nam và số bạn nữ ở mỗi nhóm đều bằng nhau. Hỏi lớp có thể chia được nhiều nhất thành bao nhiêu nhóm ? Khi đó mỗi nhóm có bao nhiêu bạn nam, bao hiêu bạn nữ ?
19. Tìm hai số tự nhiên a, b biết rằng a + b = 128 và ƯCLN(a, b) = 16.

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**DẠNG 1: TÌM ƯCLN CỦA HAI HAY NHIỀU SỐ**

**Bài 1.** a)

ƯCLN 

b)

ƯCLN 

**Bài 2.** a)Vì  nên 

b)Số 1 chỉ có một ước là 1.Do đó 

**Bài 3.** a) và 

Ta có  , 



b) và 

Ta có  ,  nên 

(Vì  nên )

c) và 

Có  ,  nên 

d) và 

Ta có 

Thấy  không chia hết cho cả hai số  và  nên 

**Bài 4.** a) 

Có 

Nên 

b) 

Có 

Nên 

c)

Có 

Nên 

d)

Có  . Nên 

**Bài 5.**  

 

**Bài 6.**  

 

**Bài 7.** a) Vì  và  lớn nhất nên  ƯCLN.

Ta có:   ƯCLN.

Vậy 

b) Vì  và  lớn nhất nên  ƯCLN.

Ta có:   ƯCLN.

Vậy 

c) Vì  và  lớn nhất nên  ƯCLN.

Ta có: ƯCLN.

Vậy .

d) Vì  và  lớn nhất nên  ƯCLN.

Ta có:   ƯCLN.

Vậy 

**DẠNG 2: TÌM CÁC ƯỚC CHUNG THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.**

**Bài 8.** 

ƯCLN

ƯC

**Bài 9.** a) Ta có:  và   ƯCLN

Vậy ƯCƯ

b) Ta có:  và   ƯCLN

Vậy ƯCƯ

c)  và   ƯCLN

Vậy ƯCƯ

d) Ta có:  và   ƯCLN

Vậy ƯCƯ

**Bài 10.** a) Ta có:  ƯCLN

 ƯCƯ

Mà ƯC(70, 84) và .Vậy 

b) Ta có:  ƯCLN

 ƯCƯ

Mà ƯC và  . Vậy 

c) Vì  nên ƯC

Ta có:  ƯCLN

 ƯCƯ

Mặt khác: . Vậy 

d) Vì  nên ƯC

Ta có:  ƯCLN

 ƯCƯ

Mặt khác: . Vậy 

**Bài 11.** Vì  nên  ƯC(56; 196)

Ta có: 

ƯCLN

ƯC(56; 196) = Ư

Vì  nên 

**Bài 12.** 

ƯCLN

ƯC(600; 180) = Ư

Do đó ước chung có hai chữ số của 600 và 180 là: {10; 12; 15; 20; 30; 60}

**Bài 13.** 



Vì các ước là số có hai chữ số nên 

**Bài 14.** 



Vì các ước là số lớn hơn 15 nên ước chung của 108 và 180 là .

**Bài 15.** 





**Bài 16.** 



Vì 

**Bài 17.** ƯCLN(144,192) = 48

ƯC(144,192) = Ư(48) = 

Vậy các ƯC lớn hơn 20 của 144 và 192 là 24 và 48

**Bài 18.** 

ƯCLN(126,210) = 42

ƯC(126,42) = Ư(42) = 

Vì 15 < *x* < 30 nên *x* = 21

**Bài 19.** ƯCLN(108,180) = 36

ƯC(108,180) = Ư(36) = 

Vậy các ước chung lớn hơn 15 của 108 và 180 là 18 và 36

**Bài 20.** 

ƯCLN(70,210) = 70

UC(70,210) = 

Vì x > 8 nên x = 10; 14; 35; 70

**Bài 21.** Vì  chia cho  dư nên  và .

Vì  chia cho  dư nên  và .

ƯC và .

Ta có: và  ƯCLN.

Do đó: ƯC= Ư

Vì nên 

Vậy 

**Bài 22.** Tìm hai số tự nhiên có tích bằng 720 và có ƯCLN bằng 6.

Gọi hai số tự nhiên cần tìm là  và .

Ta có ƯCLN nên  và ƯCLN.

Mặt khác:  nên .

Chọn cặp  nguyên tố cùng nhau và có tích bằng 20 ta được:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| m | 1 | 20 | 4 | 5 |
| n | 20 | 1 | 5 | 4 |

Do đó:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 6 | 120 | 24 | 30 |
| b | 120 | 6 | 30 | 24 |

Vậy hai số tự nhiên lúc đầu là:  hoặc 

**DẠNG 3: NHẬN BIẾT HAI SỐ NGUYÊN TỐ CÙNG NHAU, CHỨNG MINH HAI SỐ NGUYÊN TỐ CÙNG NHAU**

**Bài 23.** a) ƯCLN(8; 12) = 4 nên 8 và 12 không nguyên tố cùng nhau.

b) ƯCLN(15; 51) = 3 nên 15 và 51 không nguyên tố cùng nhau.

c) ƯCLN(9; 13) = 1; d) ƯCLN(10; 21) = 1

Do đó các cặp số 9 và 13; 10 và 21 nguyên tố cùng nhau.

**Bài 24.** ƯCLN (14;5) = 1 nên 14 và 5 là hai số nguyên tố cùng nhau.

ƯCLN (22;5) = 1 nên 22 và 5 là hai số nguyên tố cùng nhau.

**Bài 25.** 

**Bài 26.** Gọi hai số lẻ liên tiếp là: 2n + 1 và 2n + 3 

Giải sử d là ƯCLN của chúng

Ta có:  và 

Do đó  hay , suy ra 

Vì d là ước chung của hai số lẻ nên 

Vậy d = 1, do đó hai số 2n + 1 và 2n + 3 nguyên tố cùng nhau, tức là hai số lẻ liên tiếp nguyên tố cùng nhau.

**Bài 27.** Gọi d là ƯCLN(2n + 1; 4n + 3).

Suy ra,  và 

Do đó,  hay 

Tức là , do đó.

Vậy hai số 2n + 1 và 4n + 3 nguyên tố cùng nhau.

**Bài 28.** 

Ta cóvà 



hay 

Vậy  là hai số nguyên tố cùng nhau .

**Bài 29.** Gọi 

Suy ra  và 

Ta có 

Vì  và  nên 

Vì  là số lẻ nên  là không thỏa mãn. Vậy 

Vậy với mọi số tự nhiên  thì  và  là nguyên tố cùng nhau

**Bài 30.** a) Vì  và  nguyên tố cùng nhau

nên ta gọi 

 và 

Có 



Suy ra 

Nếu  thì  và  là nguyên tố cùng nhau

Nếu  Vì  nên  mà 

Để  thì 

Vậy để  và  là số nguyên tố cùng nhau thì 

b) Gọi = ƯCLN.



Nếu  thì 

Vậy để và  nguyên tố cùng nhau thì 

**Bài 31.** Gọi d là UCLN của 3n + 1 và 4n + 1



Vậy 3n + 1 và 4n + 1 là hai số nguyên tố cùng nhau.

**Bài 32.** Gọi  , ta có  và 

Nếu a d thì từ  suy ra b  d vậy d là ƯC của a và b mà (a,b) = 1nên 

Nếu bd thì từ  suy ra a  d vậy d là ƯC của a và b mà (a,b) = 1nên 

**Bài 33.** Gọi = ƯCLN.

và 

Mà và là hai số nguyên tố cùng nhau nên 

Vậy hoặc , tương ứng với hai số  và  hoặc nguyên tố cùng nhau hoặc có một ước chung là 19.

**DẠNG 4:** BÀI TOÁN ĐƯA ĐẾN VIỆC TÌM ƯCLN CỦA HAI HAY NHIỀU SỐ

**Bài 34.** Vì x là số tự nhiên lớn nhất mà  và  nên x là ƯCLN(160; 240)

Ta có 

Do đó ƯCLN

Vậy x = 80.

**Bài 35.**  mà  nên ;

ƯCLN

Vậy 

**Bài 36.** Muốn không viên gạch nào bị cắt xén thì độ dài mỗi viên gạch phải là

Ư



ƯCLN .

Vậy cạnh viên gạch có độ dài lớn nhất là 40cm.

**Bài 37.** Các số 18 và 24 phải chia hết cho số nhóm.

Vậy số nhóm là ƯC(18; 24)

Ư

Ư

Vì số nhóm lớn hơn 2 nên có thể chia thành 3 nhóm hoặc 6 nhóm. Vậy có tất cả hai cách chia nhóm.

**Bài 38.** Gọi số tổ có thể chia được là  

Vì số nam và nữ được chia đều vào các tổ nên  và 

Hay  mà số tổ là nhiều nhất nên 

Vậy có thể chia đội nhiều nhất thành  tổ để số nam và số nữ chia đều vào các tổ.

**Bài 39.** Gọi số đĩa là  

Vì các đĩa đựng đủ các loại quả nên 

Hay 

Có 

Nên 

Nếu chia thành  đĩa thì mỗi đĩa sẽ có  quả cam;  quả quýt và  quả nhãn.

Nếu chia thành  đĩa thì mỗi đĩa sẽ có  quả cam;  quả quýt và  quả nhãn.

**Bài 40.** Gọi số tổ là  

Vì số nam và số nữ chia đều vào các tổ nên 

Hay 

Có 

Nên 

Có hai cách để chia đều số học sinh là chia thành  tổ và  tổ

Nếu chia thành  tổ thì mỗi tổ sẽ có  nam và  nữ

Chia thành  tổ thì mỗi tổ sẽ có  nam và  nữ

Vậy chia thành  tổ thì mỗi tổ sẽ có ít học sinh nhất.

**Bài 41.** Gọi  là số phần (tập và bút chì) mỗi người mua thì .  
Số học sinh phải lớn hơn  và nhỏ hơn  (vì không có lớp nào nhiều đến  em).  
Nếu nhóm có  học sinh thì mỗi gói hàng giá .

Không chọn được kết quả này  .

Nếu nhóm có  học sinh thì mỗi gói hàng giá .  
Theo giá bán tập và bút thì có mỗi gói hàng gồm  tập và  bút.  
   
Vậy nhóm có  em.

**Bài 42.** Gọi a (cm) là độ dài lớn nhất của cạnh hình vuông. Theo đề bài thì a = ƯCLN(60,90)

Vậy a = 30 cm

**Bài 43.** Gọi a (m) là độ dài lớn nhất của cạnh ô vuông. Ta có a = ƯCLN(112,40)

Suy ra a = 8m

Ta có 112 : 8 = 14 và 40 : 8 = 5

Vậy với cách chia chiều dài thành 14 phần và chiều rộng thành 5 phần thì ta chia được 14.5=70 ô vuông bằng nhau và cạnh mỗi ô vuông là lớn nhất bằng 8m

**Bài 44.** Gọi a (tổ) là số tổ nhiều nhất có thể chia. Ta có a = ƯCLN(24,108)

Vậy a = 12 tổ

**Bài 45.** Gọi a (đĩa) là số đĩa nhiều nhất phải có. Ta có a = ƯCLN (840,560, 2352)

Suy a = 56

Mỗi đĩa có số bánh là 840 : 56 =15(cái)

Số kẹo là 2352 : 56 = 42 (cái)

Số quýt là 560 : 56 = 10 (quả)

**Bài 46.** Gọi a (hàng) là số hàng dọc nhiều nhất có thể xếp được. Ta có a = ƯCLN(45,42,48)

Suy ra a = 3

Vậy số hàng dọc nhiều nhất có thể xếp được là 3 hàng.

**Bài 47.** 

Có thể chia thành nhiều nhất  phần thưởng phát cho học sinh sao cho số vở và số bút ở mỗi phần là như nhau.

**Bài 48.** 



Vì mỗi hộp đều có từ  bút trở lên nên mỗi hộp có chiếc bút.

**Bài 49.** 

Có thể chia nhiều nhất thành  tổ.

Số nam ở mỗi tổ: 

**Bài 50.** 



Vì số chậu cần tìm là một số nguyên tố nên số chậu là 

Số cây hoa màu hồng mỗi chậu là: 

Số cây hoa màu trắng mỗi chậu là: 

Số cây hoa màu tím mỗi chậu là: 

**Bài 51.** 

Lớp có thể chia được nhiều nhất thành 2 nhóm.

Số nam ở mỗi nhóm: 

Số nữ ở mỗi nhóm: 

**Bài 52.** Vì (a, b) = 16 nên a = 16.m ; b = 16. n và (m, n) = 1.

Vì a + b = 128 nên 16m + 16 n = 128 

Vì (m, n) = 1 và m + n = 8 nên ta có bốn trường hợp sau:

* m = 1 và n = 7 a = 16 . 1 = 16 và b = 16 . 7 = 112.
* m = 3 và n = 5 a = 16 . 3 = 48 và b = 16 . 5 = 80.
*  và   và .
*  và   và .

Vậy bài toán có 4 đáp số là:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

***Nhận xét:***

Trong ví dụ trên ta thấy rằng: bài toán có đáp số là ;  thì cũng có đáp số là ; . Điều đó có được là do vai trò của a và b trong đó đề bài là như nhau. Với những bài toán như vậy, ta thường giửa sử  để làm giảm số trường hợp phải xét. Khi giải xong ta chỉ cần đổi vai trò của a và b để có các đáp số còn lại.